ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО математике
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
АЛТАЙСКИЙ КРАЙ
«27» ноября 2019 г.

ШИФР 9 - 2

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА
УЧЕНИка 9 **КЛАССА**

Поспелихинский район
(наименование муниципалитета)

Филиал МКОУ „Поспелихинская СОШ №3" Красноярская СОШ
(наименование образовательной организации)

Загнеев Дмитрий Владимирович.
(Фамилия Имя Отчество участника)

Учитель участника по предмету:
Вопилова Людмила Алексеевна

Номер задания / субтест	1	2	3	4	5	Итого
Баллы	7	3	2	1	x	13

Председатель жюри: Коростелева Н.М. _____
ФИО подпись

Члены жюри Стрельцова О.А. _____
ФИО подпись

Ковалева С.Н. _____
ФИО подпись

Всероссийская олимпиада школьников по математике.

Алтайский край, муниципальный этап, 2019-2020 г.г., 9 класс.

7

№ 9.1.

Пусть Петя протестировался по x предметам и перед тестированием последнего предмета у него было y баллов в сумме. Тогда, если бы он набрал 180 баллов, то его средний балл был бы $\frac{180+y}{x} = 156$ баллов. По условию задачи известно, что набрав 140 баллов получил средний балл в $\frac{140+y}{x} - 7{,}4$ балла. Приравняем равенства и получим:

$\frac{180+y}{x} = \frac{140+y}{x} + 8$

$\frac{180+y}{x} = \frac{140+y+8x}{x}$

$180 + y = 140 + y + 8x$

$40 = 8x$

$x = 40 : 8 = 5$

Значит, Петя тестировался по 5 предметам.

Ответ: 5.

№ 9.2.

Отметим несколько вещей: 1. Порядок цифр в натуральном интересном числе не важен, так как от него не зависит сумма квадратов цифр. 2. Сумму квадратов цифр можно представить в виде:

3 б

$n_1 1^2 + n_2 2^2 + n_3 3^2 + n_4 4^2 + n_5 5^2 + n_6 6^2 + n_7 7^2 + n_8 8^2 + n_9 9^2$, где n_k - это количество цифр k в натуральном числе. Пусть $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 + n_9 = 2019$ по условию задачи. Упростим вид: $n_1 + n_2 4 + n_3 9 + n_4 16 + n_5 25 + n_6 36 + n_7 49 + n_8 64 + n_9 81$. Заметим, что каждое n_k прибавляется к сумме квадратов цифр как минимум 1. Значит сумма квадратов цифр 2019-значного числа будет больше 2019 или равна ему. Заметим снова упростив выражение: $2019 + n_2 3 + n_3 8 + n_4 15 + n_5 24 + n_6 35 + n_7 48 + n_8 \cdot 63 + n_9 80$, заметим, что например $n_9 80 = 10 n_9 \cdot 8$. Таким образом можно многократно упростить выражение: $2019 + (n_2 + 5n_4 + 8n_5 + 16n_7 + 21n_8) \cdot 3 + (n_3 + 10n_9) \cdot 8 + n_6 \cdot 35$. Таким образом сумму квадратов цифр 2019-значного числа можно представить в виде $2019 + a \cdot 3 + b \cdot 8$ (35 можно вывести из одной пятёрки и четырёх единичек). Ближайшее число, являющееся квадратом натурального числа является число $2025 = 45^2$. Его можно разложить как: $2025 = 2019 + 3 \cdot 2$, т.е. 2019-значное натуральное число существует (например $33\underbrace{111\ldots1}_{2011\text{ раз}}$).

Ответ: существует

N 9

Из условия задачи видно, что $ap + b = p$ или $ap + b = q$ и $aq + b = p$ или $aq + b = q$. По теореме Виетта $b = -(p + q)$, $ac = pq$. Отсюда $ap - p - q = p$ или $ap - p - q = q$ и $aq - p - q = p$ или $aq - p - q = q$, откуда $ap - q = 2p$ или $ap - p = 2q$ и $aq - q = 2p$ или $aq - p = 2q$. Образуется две системы уравнений:

$$\begin{cases} ap - q = 2p \\ aq - p = 2q \end{cases} \text{ и } \begin{cases} ap - p = 2q \\ aq - q = 2p \end{cases}$$

Рассмотрим каждое из них

1. $\begin{cases} p(a-1) = 2q \\ q(a-1) = 2p \end{cases}$ $\begin{cases} 0,5p(a-1) = q \\ 0,5q(a-1) = p \end{cases}$ $\begin{cases} 0,5q(a-1)^2 = 2q \\ 0,5p(a-1)^2 = 2p \end{cases}$

$\begin{cases} 0,5a^2q + aq + 0,5q = 2q \\ 0,5a^2p + ap + 0,5p = 2p \end{cases}$ $\begin{cases} q(0,5a^2 - a - 1,5) = 0 \\ p(0,5a^2 - a - 1,5) = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} q = 0 \text{ или } 0,5a^2 - a - 1,5 = 0 \\ p = 0 \text{ или } 0,5a^2 - a - 1,5 = 0. \end{cases}$

Решив квадратное уравнение получаем, что $a_1 = -1$; $a_2 = 3$, или как

Если $q = 0$, то $p = 0$, но квадратный трёхчлен не образуется.

$\begin{cases} ap - p = 2q \\ aq - q = 2p \end{cases}$ $\begin{cases} 3p - p = 2q \\ 3q - q = 2p \end{cases}$ $\begin{cases} p = q \\ q = p \end{cases}$ или $\begin{cases} -p - p = \\ -q - q = \end{cases}$

$= 2q \quad \begin{cases} p = -q \\ q = -p \end{cases}$

$= 2p$

Отсюда выходит: $3x^2 - 2px + p^2 = 0$ или $-x^2 + 2px - p^2 = 0$

$D_1 = 4p^2 - 4 \cdot p^2 \cdot 3 = -8p^2; (D < 0;)$

$D_2 = 4p^2 - 4 \cdot (-p^2) \cdot (-1) = 0$

$x = \frac{-2p}{-2} = p = q$ - несоответствие.

~~$2 \begin{cases} ap - q \\ \end{cases}$~~

9.4.

Так как по условию задачи известно, что среди каждых 6 парней и девушек найдутся двое, у которых кол-во баллов одинаковое, значит существует не более 5 групп ~~юношей~~ и девушек, у которых кол-во баллов одинаковое. Если попытаться распределить учеников по трём классам так, чтобы в каждом было не более 3 человек из одной группы, то получится, что в каждом классе до 30 человек, 15 юношей и 15 девушек, ~~с разными количествами баллов~~ и в каждой группе будет относиться только по 3 человека в классе. Всего в трёх классах смогут поместиться 90 человек, а оставшийся юноша или девушка в любом классе будет дополнять группу до 4 человек.

13

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО Математика
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
АЛТАЙСКИЙ КРАЙ
«27» ноября 2019 г.

ШИФР 9 - 5

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА
УЧЕНИКа 9 **КЛАССА**

Поспелихинский район
(наименование муниципалитета)

МКОУ "Поспелихинская СОШ №2"
(наименование образовательной организации)

Бельев Максим Евгеньевич
(Фамилия Имя Отчество участника)

Учитель участника по предмету:
Баздырева Софья Михайловна

Номер задания / субтест	1	2	3	4	5	Итого
Баллы	7	0	×	4	×	11

Председатель жюри: Коростелева Г.М. _____
ФИО подпись

Члены жюри Стрелкозова О.А. _____
ФИО подпись

Ковалева С.Ж. _____
ФИО подпись

№9.1.

если бы Петя набрал 180 б. то у него бы бы ср. балл 156, но Петя набрал 140 баллов и его средний балл 148.

180 - 140 = 40 б. (разница)

156 - 148 = 8 б. (разница)

Для того, чтобы найти кол-во предметов, которые он сдавал нужно:

40 : 8 = 5 (предметов)

Выполним проверку:

Так как 156 ср. б., то 156 · 5 = 780 б. всего он бы получил, если бы здал последний экзамен на 180 б.

У нашего Пети за последний экзамен 140 б., 148 · 5 = 740 б.

780 - 740 = 40 б. - это та, недостающая разница между баллами.

Ответ: 5 предметов

№9.4.

Шкала (~~оценка~~ баллов) была от 1 до 5, так как если брать в начале или в девушек.

4 то получится минимум 2 чел.
с одинаковыми (оценками) баллами
Например: 5 4 3 2 1 5

2 юношей или 2 девушки уже
получили одинаковые баллы (оценки).
В классе как минимум 30 человек,
значит, нам нужно найти 4 юношей или
4 девушек с одинаковыми баллами
100%. Уже при 16 юношах или
16 девушках четверо с одинаковыми
баллами (оценками).
Пример: 5 4 3 2 1 5 4 3 2 1 5 4 3 2 1 5

Значит найти в каком либо классе
16 юношей или 16 девушек с одинаковыми
баллами (оценками) можно.

Ответ: найдутся

№ 9.2.

Ответ: не существует.